Pensemos en unas matemáticas para todo el alumnado

Let's think about mathematics for all students

Bruno, A.[a]; Gil-Clemente, E.[b]; Gutiérrez, A.[c]; Jaime, A.[c]; Polo-Blanco, I.[d]
[a] *Universidad de La Laguna,*
[b] *Universidad de Zaragoza,*
[c] *Universidad de Valencia,*
[d] *Universidad de Cantabria.*

Resumen

En este capítulo se reflexiona sobre el aprendizaje matemático de alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo, centrándonos en tres tipologías: síndrome de Down, trastorno del espectro autista y alta capacidad matemática. Se presentan descripciones de lo que se conoce sobre las principales características de cada tipo de alumnado, en cuanto a sus procesos de aprendizaje de las matemáticas. Asimismo, se exponen algunas orientaciones metodológicas que pueden ayudar al profesorado a atenderlos y que se concretan a través de ejemplos.

Palabras clave: Necesidades educativas especiales, Matemáticas, Síndrome de Down, Trastorno del espectro autista, Alta capacidad matemática.

Abstract

In this chapter we reflects on the learning of mathematics by students with specific educational needs. We have focused on three types of students: Down's syndrome, autism spectrum disorder and high mathematical ability (or mathematical giftedness). We describe what is known about the main characteristics of each type of students' processes of learing mathematics. We also present some methodological guidelines that can help teachers to deal with these pupils and which are demostrated by means of examples.

Keywords: Special educational needs, Mathematics, Down syndrome, Autism spectrum disorder, Mathematical giftedness.

Introducción[2]

La Unesco (2017) presenta un mensaje, respecto a la equidad e inclusión en educación que resulta simple, pero a la vez muy rotundo: "Cada estudiante cuenta y cuenta por igual" (p. 12). Aunque se han hecho avances en los últimos años, es reconocible que esto muchas veces no se cumple y que en la práctica diaria es un objetivo complejo, en concreto, para un amplio grupo de estudiantes con necesidades especiales que requieren de apoyos educativos. Esos apoyos comienzan por ser identificados en las administraciones educativas y culminan en el aula. Así, en España, la ley educativa denominada *Ley Orgánica de Modificación de la LOE* (LOMLOE, 2020), en su artículo 71 señala que:

> Corresponde a las Administraciones educativas asegurar los recursos necesarios para que los alumnos y alumnas que requieran una atención educativa diferente a la ordinaria, por presentar necesidades educativas especiales, por retraso madurativo, por trastornos del desarrollo del lenguaje y la comunicación, por trastornos de atención o de aprendizaje, por desconocimiento grave de la lengua de aprendizaje, por encontrarse en situación de vulnerabilidad socioeducativa, por sus altas capacidades intelectuales, por haberse incorporado tarde al sistema educativo o por condiciones personales o de historia escolar, puedan alcanzar el máximo desarrollo posible de sus capacidades personales y, en todo caso, los objetivos establecidos con carácter general para todo el alumnado.

Focalizándonos en el aprendizaje de las matemáticas, el *Comité de Educación de Matemáticas* (CEMAT, 2021) también manifiesta que la educación matemática tiene que llegar a *todo el alumnado* y además que esta debe ser de calidad:

> La excelencia en la educación matemática requiere equidad, expectativas altas y un fuerte apoyo para todo el alumnado. En la equidad educativa se pueden identificar dos dimensiones: la imparcialidad y la inclusión. Es decir, asegurar que las circunstancias personales y sociales no constituyan un obstáculo para conseguir el máximo potencial educativo y garantizar un estándar mínimo para todo el alumnado. (CEMAT, 2021, p. 5)

Aunque los autores del citado documento no profundizan en el significado de esta declaración de principios, una interpretación de la cita nos lleva a plantear que, para alcanzar la excelencia en la educación matemática, se requiere que todo el estudiantado reciba una formación que le permita llegar al desarrollo máximo de sus capacidades matemáticas.

Otro aspecto resaltable en la ley educativa en España (LOMLOE, 2020), respecto al alumnado con necesidades especiales, es su inclusión en el aula ordinaria.

2. Para facilitar la lectura, en este capítulo usaremos el masculino genérico haciendo referencia tanto al género masculino como al femenino.

La inclusión es un reto importante para el que se requieren medios, tiempo y una planificación curricular adecuada. Por ejemplo, para el caso del alumnado con discapacidad intelectual, no tiene sentido una integración en el aula que implique la realización de las mismas actividades matemáticas que el resto de compañeros, sin ninguna adaptación, cuando estas realmente les supongan retos imposibles. O, por el contrario, que realicen siempre actividades diferenciadas, de modo que no compartan nada matemático con sus compañeros. La integración útil es aquella que entiende el aula como heterogénea, que adapta los contenidos a la necesidad especial, a la situación de cada estudiante y que se realiza a través de una coordinación estrecha entre el profesor del aula, el de apoyo (si fuera el caso) y la familia, o bien, siguiendo los principios del Diseño Universal para el Aprendizaje (Pastor, 2016). Esto, que parece obvio, no siempre ocurre.

La variedad de necesidades educativas especiales hace que las metodologías sean complejas de aplicar y materializar en el aula. Cada una de ellas demanda un acercamiento a las matemáticas con adaptaciones diferentes, pero todas ellas implican una toma de decisiones sobre qué matemáticas son fundamentales. Así, la discapacidad intelectual requiere abordar las dificultades con la memoria que suelen presentar y centrar esfuerzos en lograr la generalización de lo que aprenden, más allá de los ejemplos concretos. Con otra mirada, la alta capacidad matemática implica el planteamiento de actividades ricas con las que estos estudiantes sientan que pueden poner en funcionamiento su conocimiento matemático y que les supongan retos estimulantes.

Lo que mostramos a continuación son reflexiones sobre aprendizaje matemático en tres tipos de estudiantes con necesidades educativas especiales: síndrome de Down, trastorno del espectro del autismo y alta capacidad matemática. En los dos primeros tipos presentamos ideas para ayudarles a alcanzar un desarrollo pleno de sus capacidades y a avanzar lo máximo posible, aunque este avance sea lento. En las altas capacidades abordamos la problemática diametralmente opuesta del estudiantado con capacidades matemáticas superiores a la media. Estos estudiantes también tienen que recibir una formación que les permita progresar lo máximo posible en el aprendizaje de las matemáticas y hacerlo a su ritmo, por grande y rápido que sea ese avance. Presentamos ideas para que el profesorado pueda ayudarles en este proceso. En todos los casos, se persigue una educación matemática que contribuya a hacer de los estudiantes personas libres y con pensamiento propio.

Síndrome de down: buscando la comprensión

El síndrome de Down es una condición de discapacidad derivada de una circunstancia genética, la trisomía en el cromosoma 21, que lleva consigo limitaciones, que varían entre las personas que lo presentan, relativas al movimiento (lentitud, falta de sincronización de movimientos voluntarios e involuntarios), la memoria (escasa memoria a corto plazo), la atención (limitado campo de atención) y las emociones (más intensas y duraderas que en otras personas).

La Guía Internacional para la Educación de Estudiantes con Síndrome de Down, editada en 2020 por Down Syndrome International, recuerda además posibles problemas visuales y auditivos, problemas cardíacos y afecciones en el área del lenguaje y la comunicación. Tanto esta publicación, como los estudios recientes (Zimpel, 2016), subrayan la variabilidad individual y hablan de la fortaleza en la memoria a largo plazo, especialmente si va ligada a sentimientos y emociones.

A finales del siglo XX, los estudios sobre el aprendizaje de las personas con síndrome de Down se concentraron, esencialmente, en la adquisición del lenguaje y la alfabetización (Bird y Buckley, 2001), concluyendo que la mayoría tienen más dificultades con el cálculo que con la lectura y la escritura. Como consecuencia, se ha tendido a establecer objetivos muy limitados en el campo de las matemáticas, circunscritos a los números, que han implicado menos logros en el rendimiento escolar.

Monari (2002) subraya la exigencia de poner en juego una visión cultural de la matemática elemental que no la reduzca a puro cálculo. Se trata de un cambio de enfoque pertinente, no solo para los alumnos con síndrome de Down sino para la enseñanza en general: pasar de la aritmética de la vida cotidiana a un "nuevo árbol de las matemáticas" que incluya geometría, problemas, gráficos y álgebra [Figura 1]. Dejar así atrás una concepción limitada y jerárquica de las matemáticas, según la cual el dominio de la aritmética es el fundamento necesario para cualquier otro avance (Faragher y Gil-Clemente, 2019).

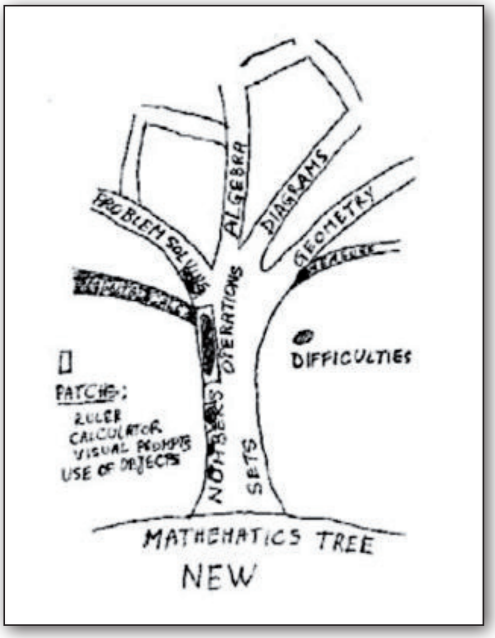

Figura 1. El árbol de las matemáticas (Monari, 2002)

En los últimos años, una serie de investigaciones han explorado esta línea de trabajo. Se ha mostrado, por ejemplo, que algunos adolescentes con síndrome de Down pueden trabajar con éxito áreas como álgebra y geometría analítica sin tener dominada la aritmética (Monari y Pellegrini, 2010). Paralelamente, se ha planteado la necesidad de abordar contenidos diferentes a lo puramente numérico, ligando el aprendizaje de las matemáticas a los modelos de calidad de vida (Faragher y Brown, 2005). Hemos explorado con éxito el aprendizaje de la geometría desde la primera infancia: su impacto en la consciencia del mundo de los niños, en la comprensión de números y medidas y su efecto en la mejora del lenguaje y la comunicación (Cogolludo-Agustín y Gil-Clemente, 2019; Gil-Clemente, 2020). No hemos abandonado el empeño por trabajar el número y su aritmética de una forma comprensiva fomentando un aprendizaje conceptual (Bruno y Noda, 2019; Tuset et al., 2019).

Todas estas investigaciones comparten una misma filosofía: pasan de ver las matemáticas como un obstáculo infranqueable para las personas con síndrome de Down a verlas como una oportunidad para superar sus limitaciones individuales, en particular en el ámbito intelectual. Enlazan con el ingenio educativo del padre de la educación especial Édouard Séguin (1812-1880) que proyectó materiales educativos basados en la geometría como medio para estimular la inteligencia, la acción y la voluntad (Gil-Clemente y Millán-Gasca, 2021). Poner a los estudiantes con síndrome de Down en contacto con retos propios de las matemáticas, les ayudará a superar las dificultades derivadas de una condición que tiene raíces biológicas, pero a la que se añade el desconocimiento de la sociedad. Es ineludible para investigadores y profesorado diseñar formas de acercárselas, con creatividad y optimismo sobre su capacidad de aprender.

Orientaciones para el diseño de actividades matemáticas para alumnos con síndrome de Down

1. *Superar el concepto clásico de funcionalidad/utilidad*

Predomina la idea de que, cuando enseñamos matemáticas a las personas con discapacidad intelectual, debemos centrarnos en aquello que va a resultarles útil en su presente y en su futuro. Sin embargo, las matemáticas no se enseñan únicamente por su utilidad, sino por su potente valor formativo para el ser humano. Si creemos que las matemáticas tienen una fuerza transformadora que hace frente a condicionamientos biológicos de partida y que son parte de nuestro acervo cultural, acercárselas es una forma efectiva de incluirles como miembros de pleno derecho de nuestra sociedad.

2. *Buscar siempre la comprensión*

A través de la comprensión, las personas damos sentido a nuestro mundo; es un proceso no necesariamente progresivo, en el que se van añadiendo formas de comprensión, corpórea, oral, alfabetizada, que intervienen también en la comprensión de las matemáticas (Egan, 1998). Las personas con síndrome de Down tienen una forma de estar y entender la realidad, desde la que hay que partir para construir las propuestas de enseñanza. Es necesario no infravalorar lo que son capaces de entender, proponerles tareas ricas, con sentido humano, que movilicen esta comprensión. En el caso de la aritmética se puede realizar un acercamiento favoreciendo el significado de la construcción del sistema de numeración decimal que permita al mismo tiempo introducir las operaciones (Bruno y Noda, 2019), pero fomentando el uso de la calculadora si los algoritmos les resultaran costosos. Es interesante plantearles retos matemáticos insertos en relatos y cuentos que trabajen con el mundo de la fantasía y la imaginación (Gil-Clemente, 2022; Millán-Gasca y Vale, 2021).

3. *Ampliar el campo de los contenidos elegidos para el currículo dando espacio a la geometría*

Las matemáticas implican una sólida red conceptual en la que unos conceptos ayudan a comprender otros. La geometría (forma) es la aliada de la aritmética (números): sumar, restar y comparar números está íntimamente ligado a componer, descomponer y comparar cuerpos, superficies y segmentos. Las dificultades con la aritmética de las personas con síndrome de Down se agudizan cuando estas conexiones no se manifiestan en clase. Aunque es necesario animar nuevos estudios que exploren la naturaleza y origen de estas dificultades, en las aulas tenemos la oportunidad de construir alternativas. La geometría es uno de los campos más fértiles desde los que comenzar el trabajo con las matemáticas desde la escuela infantil (Cogolludo-Agustín y Gil-Clemente, 2019). En los niños con síndrome de Down, la intuición geométrica es superior a la aritmética y esto es razón suficiente para introducirles en las matemáticas a partir de ella.

4. *No eludir el paso a la abstracción en las actividades y tareas que proponemos*

La discapacidad intelectual es identificada a menudo con la falta de pensamiento abstracto, a la que se atribuye la raíz de las dificultades de algunas de estas personas para aprender matemáticas. Sin embargo, sorprendentemente, Zimpel (2016) argumenta que el pensamiento abstracto es uno de los puntos fuertes de las personas con síndrome de Down y enmarca en esta hipótesis los éxitos de Monari (2012) con el álgebra frente a las dificultades con la aritmética. Concentrar los esfuerzos en entender una idea general que englobe muchos casos concretos puede ayudar a compensar el limitado campo de atención del que se tiene constancia en las personas con síndrome de Down. El horizonte de las experiencias visuales, motoras y táctiles que las hace interesantes y ricas en significado, es el espacio geométrico (abstracto). Por ejemplo, ver estrellas, pinchar con un punzón puede llevar a los niños a pensar en el punto. Estas ideas nos animan a preparar actividades para los niños con síndrome de Down que comiencen poniendo en juego todos los sentidos, para, a partir de ellas, avanzar hacia otras más abstractas y abrir así paso al simbolismo de las cifras y las letras.

Un plan en siete lecciones-modelo entrelazando forma y número para alumnado de 10-14 años

En la Tabla 1 resumimos un plan de siete lecciones –no tienen por qué ser impartidas secuencialmente– que ilustra las cuatro orientaciones metodológicas sugeridas en el epígrafe anterior (Cogolludo-Agustín, Gil-Clemente y Millán-Gasca, 2021): trabajan los conceptos de manera independiente, pero interrelacionada; explotan alguna relación crucial entre geometría y aritmética elementales; comienzan entrando en contacto con los conceptos-objetivo a través del cuerpo y los sentidos y, a partir de ellas, exploran formas de construir ideas más abstractas; están ambientadas en un tema de fantasía elegido para que conecte y dé un "sentido humano", una narración, a las tareas que se proponen.

Las lecciones que proponemos están basadas en la investigación desarrollada con éxito con un grupo de niños con síndrome de Down entre 10 y 14 años, en un contexto de tiempo libre extraescolar. Este alumnado había trabajado en los dos años anteriores con un programa de geometría basado en tareas sobre conceptos y relaciones primitivas: punto, línea recta, plano, "estar entre", "pasar por", tomadas de la axiomática de Hilbert (Cogolludo-Agustín y Gil-Clemente, 2019).

Tabla 1. Siete lecciones de geometría para alumnado con Síndrome de Down (Cogolludo, Gil-Clemente y Millán-Gasca, 2021)

Título de la lección	Contenido aritmético	Base geométrica
1.Trabajando con geoplanos	Contar	Punto
2. Clasificando polígonos	Significado cardinal de los números	Punto, segmento
3. Construimos paredes	Producto de dos números	Rectángulo: lados y área
4. Cortamos una cinta	Fracciones unitarias	Razón geométrica (mitad y cuarto)
5. Repartimos el pastel	Fracciones unitarias/ Proporcionalidad aritmética	Razón geométrica (mitad y cuarto)
6. ¡Qué alto es mi árbol!	Medida de longitudes	Suma de segmentos
7. ¿A qué distancia está mi planeta?	Medida de longitudes	Línea recta suma de segmentos

En lo que sigue, exponemos, a modo de ejemplo, dos grupos de actividades incluidas en las lecciones 4-5 y 6-7, respectivamente. Se observará que la última actividad del segundo grupo se liga a las actividades del primer grupo: es un ejemplo de la necesidad de cuidar la interconexión en la organización de las sesiones para introducir acertadamente la interconexión entre los conceptos.

Proporcionalidad aritmética y proporcionalidad geométrica

Entendiendo las fracciones como una forma de comparar, ligaremos la proporción geométrica con la proporción aritmética, utilizando fracciones $1/n$ (inversos de los números naturales, repartir en n partes) a partir de los dos ejemplos fundamentales, presentes continuamente en la historia de la medida (Kula, 1980) «mitad» y «cuarta parte». La secuencia didáctica que se plantea es la siguiente:

Actividad 1. Los niños comienzan jugando con el concepto de «mitad» en su entorno. Obtienen la mitad de un palo, la mitad de una barra de regaliz o la mitad de diferentes mitades de rebanadas de pan. En todos los casos comparan la mitad con el objeto entero. Toman conciencia de cómo las dos mitades en las que partimos los objetos son idénticas y juegan a reconstruir el objeto a partir de las dos mitades.

Actividad 2. Se contextualiza la tarea en un viaje por el espacio donde unas cintas serán las cuerdas galácticas que les ayudarán a explorar el espacio sin soltarse de la nave. Los estudiantes obtienen la mitad exacta de algunas longitudes. Para ello se proporcionan a cada uno dos cintas. Una de ellas la doblarán en dos partes iguales y la cortarán. Realizarán un doble proceso: el primero, comprobar que las dos cintas tienen la misma longitud, poniendo una mitad al lado de otra [Figura 2a]*; y el segundo, recomponer la cinta inicial a partir de las dos mitades iguales* [Figura 2b].

Figura 2a y 2b. Actividad sobre comparación de longitudes y recomposición de la unidad

Actividad 3. A partir de esta experiencia sensorial (visual y táctil), los estudiantes se introducen en la notación (representación simbólica) de la fracción ½. En la representación ligamos siempre las dos longitudes que estamos comparando, de manera que la comparación geométrica ayude a comprender esta representación simbólica. De esta manera, en actividades posteriores se puede trabajar con la idea de fracción.

Actividad 4. El proceso realizado con las longitudes y con la mitad, se puede ampliar fácilmente en dos direcciones que ayudarán a generalizar las ideas. En primer lugar, podemos *obtener la cuarta parte de la longitud y compararla con la mitad y con la longitud entera. Es una tarea que se relaciona fácilmente con el contexto elegido y es una forma de introducir a los niños en la idea de infinito (podemos cortar sucesivamente cada objeto por la mitad). En segundo lugar, se puede trabajar con la superficie (repartiendo tortas galácticas entre los viajeros con forma circular…). De esta manera los estudiantes comprueban de otra manera que las dos mitades son iguales (por superposición) y esto les anima a recomponer el objeto inicial* [Figura 3a y 3b]. *Aparecen de forma natural relaciones entre los conceptos que llevan a los niños a pensar y a descubrir: "se puede hacer la mitad de la mitad"; "con dos medios círculos hago un círculo"; "yo lo hago con cuatro"…*

Figura 3a y 3b. Comparación de superficies y representación simbólica usando fracciones

Actividad 5. Las regletas de Cuisenaire ayudan a transitar desde la proporcionalidad geométrica a la aritmética. Trabajamos primero las ideas anteriores con las regletas, hasta que los estudiantes vean con claridad cómo son dos longitudes que están en relación ½ [Figura 4a]. *Como ya conocen el valor numérico de cada regleta, la relación ½ entre números aparece también de forma natural: 2 y 4; 3 y 6; 4 y 8; 5 y 10 están en esa relación* [Figura 4b].

Figura 4y 4b. De la proporcionalidad geométrica (razones entre sólidos) a la aritmética (razones entre números naturales)

Introducción a la medida de las longitudes

La siguiente secuencia de cinco actividades [Figura 5a, 5b, y 5c] constituye un itinerario para llegar a medir longitudes, en este caso la distancia de una nave espacial a cualquiera de los planetas, siguiendo las dos fases indicadas por Alexandrov, Kolmogorov y Laurentiev (2014): (1) fase geométrica: las tres primeras actividades ilustran la identificación del segmento a medir, la elección del "segmento unidad" y el recubrimiento del segmento con el segmento de referencia y (2) fase aritmética: las últimas dos actividades consisten en contar el número de segmentos-medida utilizados y sembrar una inquietud sobre la precisión que preludia a la introducción de las fracciones como resultado de la medida.

Actividad 1. Imaginar la línea recta que une dos puntos (la nave y el planeta). Para lograrlo es útil haber trabajado previamente con los conceptos primitivos geométricos de punto y línea.

Actividad 2. Elegir un segmento-medida: la vara-galáctica. Los niños comprobarán que todas las varas son iguales (congruencia geométrica).

Actividad 3. Cubrir la línea recta imaginaria que une la nave con el planeta con la vara galáctica y comparar las dos longitudes (distancia y vara-medida).

Actividad 4. Contar las varas galácticas que se necesitan para unir los dos puntos anteriores. Este número es la medida de la distancia.

Actividad 5. Utilizando la idea de mitad trabajada en la secuencia anterior, se puede ajustar la medida (media vara-galáctica) y utilizar este concepto en un nuevo contexto.

Figura 5a, 5b y 5c. Proceso de medida

Más allá de las propias capacidades naturales…: la fuerza transformadora de las matemáticas

Por último, queremos resaltar que el trabajo con las matemáticas puede ayudar a superar los condicionantes biológicos de partida de los estudiantes con síndrome de Down. Ya se ha indicado anteriormente las dificultades que tienen las personas con síndrome de Down con el uso del lenguaje. Sin embargo, en el transcurso de la puesta en práctica de estas actividades, hemos escuchado frases como: "con dos círculos puedo hacer otro", "voy a hacer cuatro trozos con la mitad de la mitad", "mi nave está a tres varas galácticas de Marte", "pues la mía está a cuatro varas y media de Plutón"... Frases que son precisas, ricas y llenas de significado. Frases propias del lenguaje matemático, que ayudan a las personas con síndrome de Down a expresar mejor sus ideas y, por tanto, su pensamiento. Muestran el efecto de la fuerza transformadora que las matemáticas tienen en las personas que se acercan a ellas y por lo que merece la pena buscar caminos para lograr este acercamiento.

Trastorno el espectro autista: la búsqueda de las acciones y de la comprensión

El trastorno del espectro autista (TEA) es una disfunción neurológica crónica de base genética que se manifiesta con dificultades en la interacción social y la comunicación y con un repertorio restringido de intereses y comportamientos (DSM-5; American Psychiatric Association, 2013). La asociación Autism-Europe, con datos de 2015, apunta a una prevalencia de aproximadamente 1 caso de TEA por cada 100 nacimientos, con un considerable aumento de casos diagnosticados en los últimos años. El Centers for Disease Control and Prevention en Estados Unidos establece que aproximadamente el 31% de los niños con TEA presentan discapacidad intelectual severa (CI <70), el 25% discapacidad moderada (CI entre 71-85) y un 44% está en un rango superior (CI >85). Aunque el propio espectro hace que la diversidad de este alumnado sea especialmente amplia, un porcentaje importante de ellos va a requerir apoyo educativo y las dificultades que presentan, con y sin discapacidad intelectual, en el aprendizaje de las matemáticas se deben a sus deficiencias en habilidades asociadas al funcionamiento ejecutivo y al lenguaje.

La función ejecutiva está relacionada con acciones cognitivas como la planificación, la organización, la memoria de trabajo, la flexibilidad mental, la atención y el control de impulsos. Estas acciones son básicas en matemáticas y, muy especialmente, en la resolución de problemas. Una débil comprensión del lenguaje puede afectar negativamente en el trabajo matemático, por ejemplo, para comprender el significado de conceptos, usar términos matemáticos o dar sentido a los textos de los enunciados de problemas. Por otra parte, hay rasgos que presentan muchas personas con TEA asociados a buen dominio de lo visual y una atención excepcional hacia los detalles que pueden favorecer la adquisición de contenidos matemáticos.

La investigación sobre aprendizaje matemático de estudiantes con TEA ha puesto su interés en desarrollar propuestas formativas que faciliten las habilidades cognitivas funcionales y la comprensión lingüística, mostrándose efectiva aquellas que se apoyan en representaciones visuales. (Rockwell et al., 2011; Bae, 2013).

Orientaciones para el diseño de actividades matemáticas para estudiantes con TEA

Tareas estructuradas en pasos. Para poner una menor exigencia en la memoria de trabajo, a la hora de realizar tareas matemáticas con estudiantes con TEA, se recomienda proporcionarles tareas estructuradas en pequeños pasos, con instrucciones cortas. Esto apoya sus dificultades en la planificación de su actuación. Utilizar una hoja de papel que sirva de borrador, en la que puedan realizar las anotaciones necesarias, evita la retención de datos mentalmente (Oswald et al., 2016). Con este mismo fin, pueden requerir leer los enunciados (o pedir que se los lean) varias veces, tantas como el estudiante lo requiera.

Apoyos para la comprensión del lenguaje. Para proporcionar apoyos en la comprensión verbal y lectora, puede resultar útil acompañar los enunciados y las instrucciones con pictogramas. Es importante también poner enunciados con poca carga lingüística y con frases sencillas.

Temas de interés. Los estudiantes con TEA suelen presentar dificultades para comprender situaciones en las que se describen temáticas desconocidas (Bae et al., 2015). Merecen atención particular las situaciones en las que aparece, implícita o explícitamente, alguna norma o habilidad social. Por ejemplo, en las situaciones de manejo de dinero, se requiere que hayan desarrollado un conocimiento con un componente social, como es la asignación de valor a los objetos. En contrapartida, un rasgo característico de las personas con TEA es que suelen presentar un foco de interés hacia determinados temas, el cual puede ayudar a contextualizar problemas, con el fin de ayudarles a motivarse o implicarse en su resolución (Polo-Blanco, González y Bruno, 2021). Mediante el uso de problemas de matemáticas relacionados con sus intereses y/o con su vida cotidiana, aprenden a buscar sentido a las matemáticas y cuándo y por qué usarlas.

Apoyo visual. Grandin (1995) resalta las habilidades de este colectivo frente a estímulos visuales y afirma la existencia de un pensamiento visual, es decir, una facilidad para pensar y razonar por medio de imágenes y sistemas visuales. La autora recomienda que los profesores de estudiantes con TEA adapten el entorno y los métodos de enseñanza a este modo de comunicación. Es fundamental, por tanto, que los educadores detecten estas y otras fortalezas para poder trabajar con los puntos fuertes de este alumnado (Mesivob y Howley, 2010). Teniendo esto en consideración, se han diseñado varios programas para niños con TEA que se apoyan en sus habilidades y así compensar los déficits propios del trastorno. El programa TEACCH, por ejemplo, les enseña a seguir horarios visuales, proporciona rutinas estructuradas y predecibles, y organiza el entorno y las tareas utilizando indicadores visuales, con el fin de promover el trabajo independiente (Mesivob y Howley, 2010). En la Figura 6 mostramos una síntesis de las orientaciones desarrolladas anteriormente.

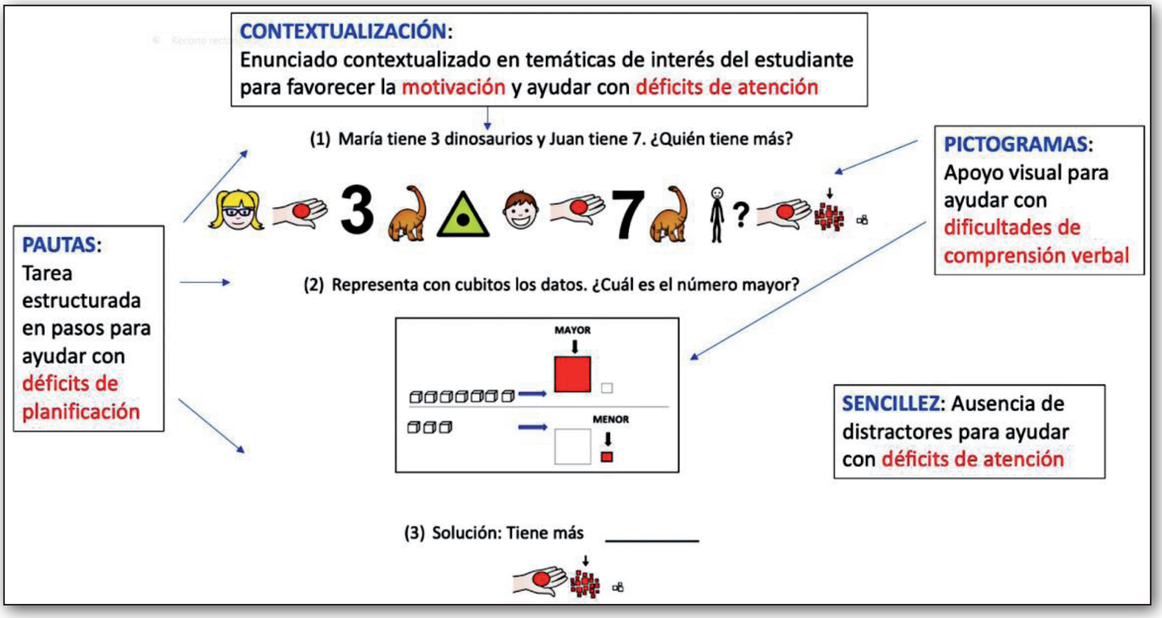

Figura 6. Síntesis de las orientaciones didácticas propuestas para alumnado con TEA

Propuestas prácticas para la enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas

Algunas metodologías utilizadas en el aprendizaje de la resolución de problemas en alumnado con dificultades se han mostrado beneficiosas también en alumnado con TEA. Se muestran a continuación tres ejemplos de instrucción en las que hemos trabajado: la Instrucción Basada en Esquemas, el Modelo Conceptual y el Modelo CRA.

Instrucción Basada en Esquemas

La denominada Instrucción Basada en Esquemas (SBI, por sus siglas en inglés) presenta una hoja de trabajo que incorpora esquemas visuales para modelizar la situación del problema, de lo que se pueden beneficiar al alumnado con TEA dado su buen procesamiento visual. Además, incluye una lista de instrucciones de las fases de resolución, semejante a las de Polya (1945), que compensa sus dificultades con la planificación. Algunas adaptaciones de la instrucción SBI que se han mostrado beneficiosas con estudiantes con TEA (Polo-Blanco et al., en prensa), incluyen una lista de pautas en la que se acompañan las acciones con pictogramas para ayudar con las dificultades de comprensión verbal [Figura 7, derecha].

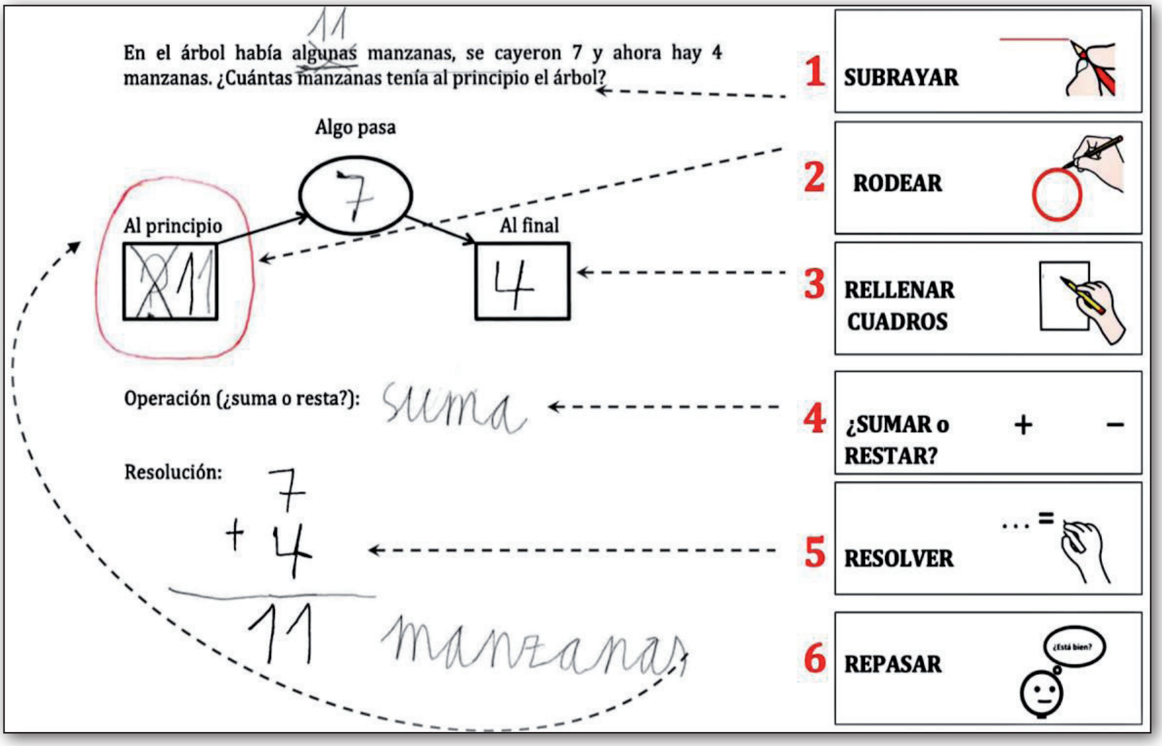

Figura 7. Instrucción Basada en Esquemas

Modelo Conceptual (COMPS)

Otra metodología, que tiene aspectos comunes con la anterior, que se ha investigado con alumnado con dificultades se denomina Modelo Conceptual (COMPS). Hemos adaptado también este modelo a alumnado con TEA (Polo-Blanco, Van Vaerenbergh, Bruno y González, 2022) para compensar algunas de las dificultades mencionadas y apoyarse en los puntos fuertes del trastorno, como el buen procesamiento visual.

En el ejemplo de la Figura 8 mostramos la respuesta de un estudiante con diagnóstico TEA (14 años) a una tarea de instrucción basada en el Modelo Conceptual COMPS, para la enseñanza de resolución de problemas de multiplicación de combinación ("Tengo 2 camisetas y 4 pantalones. ¿Cuántas combinaciones distintas de ropa puedo hacer en total?"). En la mesa tiene una hoja con un listado de instrucciones [Figura 8, derecha], a través de pictogramas, que le ayudan a seguir los pasos para resolver los problemas. Estos se le proponen en una ficha organizada con los mismos pasos [Figura 8, izquierda]. En primer lugar, se deja un espacio para que escriba o dibuje la información del enunciado. A continuación, debe colocar los números dados en unos recuadros en los que se indica la relación multiplicativa con los datos dados en el enunciado. Esto ayuda a distinguir si el problema es de multiplicación o de división. Pues puede darse el caso en que en el enunciado los datos sean "cuantos de" y "total de combinaciones". Dicho modelo combina la representación pictórica con el uso de esquemas y la identificación de la operación.

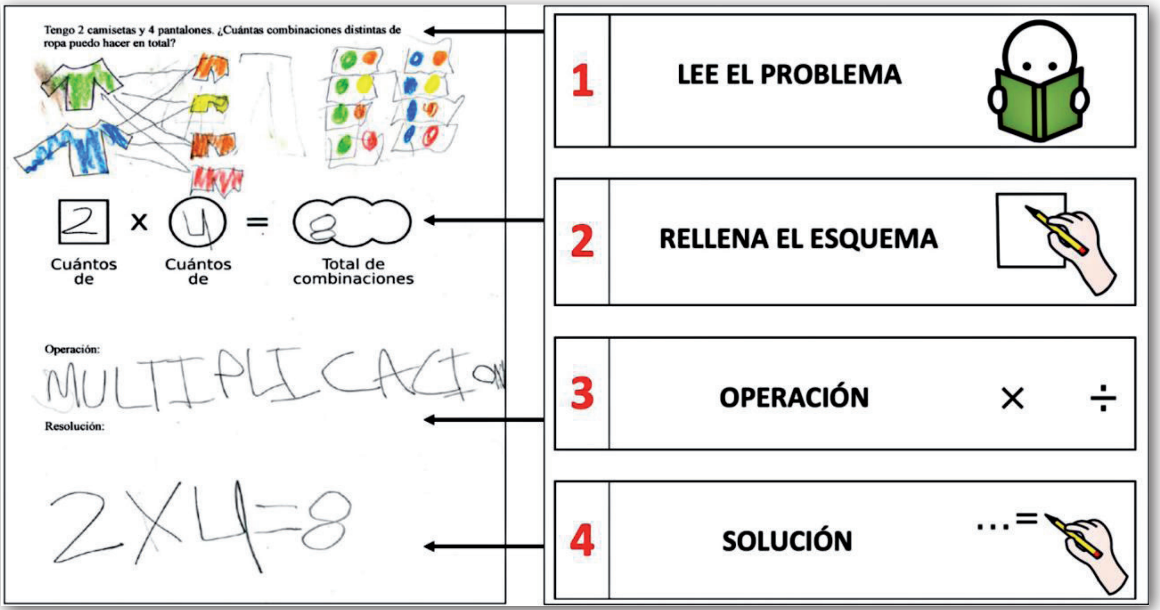

Figura 8. Instrucción siguiendo el Modelo Conceptual (COMPS)

El la Figura 9 mostramos la respuesta del mismo estudiante en la que utilizamos la temática de los molinos, por ser este su foco de interés. Además, aprovechamos el gusto de este estudiante por el dibujo para vincular su propio modelo de la situación, con el esquema y la identificación de la operación. En este caso el problema es el siguiente: "En un campo hay 5 molinos y cada molino tiene 3 aspas. ¿Cuántas aspas hay en total?"

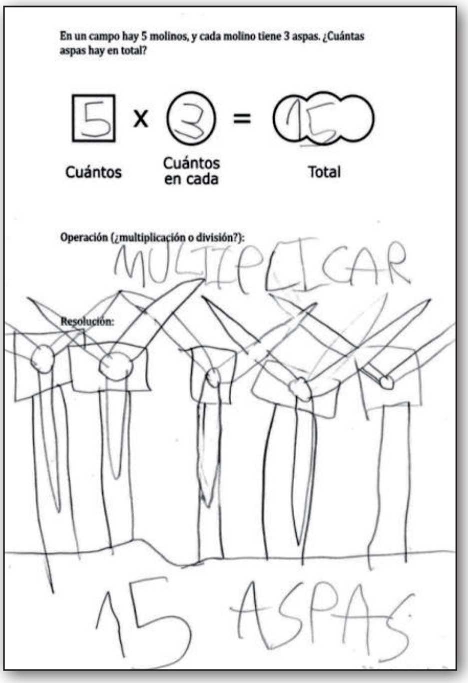

Figura 9. Respuesta de un estudiante con TEA a un problema en su contexto de interés

El alumnado con TEA puede beneficiarse del aprendizaje de las matemáticas mediante la resolución de problemas, a través de contextos, situaciones y modelos reales. Los conocimientos procedimental y conceptual no se bifurcan; contextos y modelos proporcionan significado a medida que los estudiantes aplican procedimientos hacia una solución.

Secuencia Concreto Representacional Abstracto

Otra forma de enseñanza que se ha mostrado útil en alumnado con dificultades de aprendizaje es la denominada CRA (Concreto-Representacional-Abstracto). Esta metodología introduce secuencialmente las etapas (1) concreta: en la que se manipulan objetos físicos, (2) representacional: donde se utilizan modelos e imágenes que representan los objetos y (3) abstracta: en la que se usan números y símbolos. Este tipo de secuenciación se ha mostrado beneficiosa para enseñar problemas verbales y otros conceptos matemáticos a estudiantes con TEA. En la Figura 10ª y 10b mostramos dos situaciones en la etapa concreta de manipulación con objetos y pictomaterial adaptado para la resolución de problemas de división (Polo-Blanco y otros, 2019).


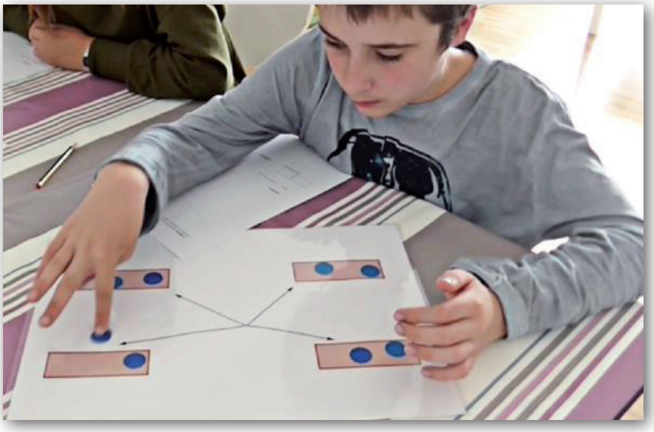

Figura 10a y 10b. Resolución de problemas de reparto mediante material y pictomaterial (estudiante con TEA)

Alta capacidad matemática: potenciar el gusto por las matemáticas

En esta sección se presentan primero ideas teóricas sobre la alta capacidad general y sobre la alta capacidad matemática (en adelante, ACM) en particular. Después, se muestran dos ejemplos de actividades concretas, que responden a la propuesta teórica, adecuadas para estudiantes con ACM (también denominados estudiantes con *talento matemático*).

Tourón (2019), refiriéndose al talento general, ayuda a comprender, en particular, las características y necesidades de los niños con ACM: “potencial no significa rendimiento... el talento no se desarrolla de manera espontánea”, es decir, que el estudiantado con ACM no alcanzará su máxima capacidad si el profesorado no pone medios para que puedan ganar la experiencia y práctica necesarias. "Precisan ayudas educativas específicas... la capacidad sólo se transforma en talento con trabajo y si se dan las medidas educativas adecuadas", es decir, que es necesario realizar previsiones en las programaciones del profesorado que incorporen una atención diferenciada. Estas ideas son apoyadas actualmente por numerosos estudiosos de la alta capacidad general, como Gagné, Pfeizzer y Renzulli y la ACM, como Diezmann, Leikin, Pitta-Pantazi o Jaime y Gutiérrez.

El alumnado con ACM es capaz de resolver tareas matemáticas complejas para estudiantes ordinarios de su edad o nivel educativo y pueden hacerlo utilizando métodos no usuales y/o estableciendo conexiones entre conocimientos que han adquirido previamente y la tarea actual. Los estudiantes con ACM "se sitúan en un nivel más alto que sus pares, desde el cual 'visualizan' el constructo matemático inferior y se mueven por él cómodamente" (Jaime y Gutiérrez, 2014, p. 155).

La actividad en torno a estudiantes con ACM se debe centrar, entre otros aspectos, en la identificación y la atención en el aula. En relación con el primero, es necesario diferenciar entre estudiantes con alto rendimiento en matemáticas y estudiantes con ACM. Los primeros son los que obtienen buenos resultados escolares, pero no siempre tienen ACM. Pallardó (2021) observó que la motivación para resolver problemas de los estudiantes con alto rendimiento en matemáticas se basa en obtener una recompensa académica, es decir, calificaciones altas, prefiriendo que los profesores les planteen ejercicios que puedan resolver aplicando directamente lo que han aprendido en clase. Sin embargo, Pallardó también observó que la motivación del alumnado con ACM se basa en disfrutar resolviendo los problemas y prefieren que sus profesores les planteen problemas que les supongan un desafío. Algunos estudiantes con ACM son también de alto rendimiento en matemáticas, pero otros suelen obtener calificaciones más bajas, incluso mediocres, cuando no hacen los deberes escolares porque les resultan demasiado fáciles y repetitivos.

En este texto, usaremos el término *tarea* en sentido amplio (actividades exploratorias y cualquier otro tipo de actividad matemática de aula). Diezmann (2005) y Diezmann y Watters (2002) consideran esencial que las tareas planteadas a los estudiantes con ACM les supongan un reto y proponen cuatro tipos de tareas adecuadas para ello: (1) tareas retadoras que requieran el uso de destrezas metacognitivas; (2) tareas que les lleven más allá de lo que se espera de su grupo de edad o curso; (3) investigaciones abiertas; (4) tareas interesantes para estos estudiantes. Por otra parte, dichos autores también indican que los estudiantes con ACM deberían poder intercambiar ideas y trabajar con compañeros de su mismo nivel intelectual e interés por las matemáticas.

Al diseñar tareas para aulas con alumnado con ACM, son importantes los aspectos matemáticos (contenidos, complejidad del problema, etc.) y los cognitivos, en particular el tipo de razonamiento matemático preferido por ellos. Krutetskii (1976) muestra la existencia de tres tipos de pensamiento matemático: geométrico (preferencia por lo visual y gráfico), analítico (preferencia por lo lógico-verbal) y armónico (uso de una forma u otra según interese). Con frecuencia se minusvalora el potencial y la forma de razonar de los pensadores geométricos cuando, en las clases, se presentan los contenidos con un enfoque aritmético-algebraico o se rechazan resoluciones visuales, aunque sean más simples y elegantes que las numéricas. Esto hace que las clases resulten poco adecuadas y atractivas para los pensadores geométricos, incluso teniendo ACM, y algunos de estos fracasan académicamente (Diezmann y Watters 2002). Es necesario, por tanto, que el profesorado promueva y valore positivamente tanto el pensamiento analítico como el visual y que incluya en sus clases problemas o actividades que puedan ser resueltos mediante procedimientos de cada tipo o, preferiblemente, de ambos.

La *creatividad matemática* se considera un componente necesario de la ACM. En este texto utilizamos la definición de Leikin y Lev (2013) o Pitta-Pantazzi et al. (2011). Para estos autores, la creatividad matemática está formada por tres componentes, fluidez, flexibilidad y originalidad. La *fluidez* se refiere a la agilidad en la realización de actividades matemáticas, mediante un flujo ágil de ideas y asociaciones de conocimientos; se valora teniendo en cuenta la cantidad de soluciones correctas distintas producidas por un estudiante en una cantidad prefijada de tiempo. La *flexibilidad* se manifiesta cuando un estudiante cambia de enfoque durante la resolución de un problema porque identifica una forma más eficaz de resolverlo, se queda bloqueado, etc.; se evalúa teniendo en cuenta la cantidad de soluciones correctas diferentes a un problema que aporta el estudiante. La *originalidad* se muestra al producir soluciones siguiendo procedimientos diferentes a los usuales; se valora teniendo en cuenta las distintas resoluciones de un problema producidas por un grupo de estudiantes y diferenciando las menos frecuentes. Leikin y Lev (2013) proponen desarrollar o evaluar la creatividad matemática del estudiantado utilizando *tareas de múltiples soluciones*, que son problemas abiertos que admiten varias resoluciones y que permiten poner de manifiesto los tres componentes de la creatividad.

Al diseñar tareas adecuadas para estudiantes con ACM, es necesario aplicar las propuestas anteriores a las clases reales, en las que conviven estudiantes con diversos intereses y capacidades matemáticas. No podemos ignorar el punto de vista del profesorado, quienes, en ocasiones, preparan para sus alumnos con ACM una programación diferente de la ordinaria, que les supone una sobrecarga de trabajo. Sin embargo, para Castro et al., (2015) es posible preparar adaptaciones curriculares para estudiantes con ACM de manera que trabajen los mismos contenidos que sus compañeros, pero con variaciones adecuadas a su mayor capacidad matemática. Estos autores proponen cuatro formas de reformular las tareas ordinarias de las clases de matemáticas para convertirlas en retos adecuados para los estudiantes con ACM: (a) modificar datos, (b) cambiar la naturaleza de los números, (c) modificar condiciones y (d) plantear retos análogos. Además, basándonos en nuestra experiencia, podemos añadir otras tres estrategias que nos han resultado eficaces para añadir a las tareas ordinarias de clase extensiones adecuadas para estudiantes con ACM: (e) utilizar la información disponible en la literatura didáctica sobre errores y dificultades cometidos por los estudiantes, para incluir en las tareas casos que los provoquen y así poder corregirlos, (f) tener en cuenta variables o propiedades de los conceptos matemáticos implicados para plantear variantes de profundización o ampliación de lo que se enseña normalmente y (g) utilizar planteamientos que requieran un nivel mayor de dominio de las matemáticas, lo cual, según el contexto, se puede identificar con un nivel superior de razonamiento matemático de Van Hiele (Jaime y Gutiérrez, 1990), mayores requisitos de abstracción al demostrar la veracidad de conjeturas (Marrades y Gutiérrez, 2000) o mayor nivel de demanda cognitiva (Smith y Stein, 1998; Benedicto et al., 2015).

Para poner en práctica estas propuestas, resulta interesante la metodología basada en el diseño de *actividades matemáticas ricas* (Piggot, 2011). Son tareas con varias partes, todas referidas a los mismos contenidos matemáticos y con un contexto común, de manera que las primeras partes se centran en los contenidos mínimos objeto de aprendizaje para todo el grupo, son sencillas para que estén al alcance incluso de los estudiantes con dificultades y requieren un esfuerzo cognitivo bajo para el nivel del grupo. En las siguientes partes de la actividad se formulan nuevas preguntas que llevan implícita una complejidad creciente y cada una requiere un esfuerzo cognitivo más alto. En la página web de NRICH (2022) y en Jaime y Gutiérrez (2014) se muestran ejemplos de actividades matemáticas ricas.

Un objetivo de las actividades matemáticas ricas es que los profesores solo tengan que preparar una tarea, que esté graduada para permitir a todos los estudiantes del grupo llegar tan lejos como su interés y capacidad matemática les permitan, pues es necesario tener en cuenta que la capacidad matemática es un atributo individual (Applebaum y Leikin, 2007; Jaime y Gutiérrez, 2021). En los siguientes párrafos presentamos ejemplos de actividades matemáticas ricas para Primaria y Secundaria.

Isometrías en los primeros cursos de Primaria

Las isometrías (o movimientos) y, en particular, las simetrías constituyen uno de los temas presentes en los bloques de contenidos de geometría de los currículos de Primaria. Por ejemplo, en el currículo actual de Primaria de la Comunidad Valenciana, en 2º curso se plantea la "iniciación a la simetría" y en 3º se propone estudiar "Regularidades y simetrías... Descripción de movimientos con la utilización del vocabulario adecuado. Identificación y realización de movimientos".

La siguiente actividad matemática rica puede plantearse en 1º a 3º de Primaria. Sus objetivos de enseñanza son el concepto de imagen por una simetría y, operativamente, la obtención de la figura simétrica de una dada. Los elementos manipulativos son una base cuadriculada, una recta como eje de simetría y puntos rojos de cartulina, plástico, etc. para colocar sobre la base.

Actividad 1. Tenemos un tablero de juego formado por la cuadrícula que ves debajo, puntos rojos que podemos poner en los cuadraditos y un espejo. Ten en cuenta que en cada cuadradito de la cuadrícula sólo puedes poner un punto.

1.1. (con espejo) Coloca 4 puntos en los cuadraditos a la derecha de la línea morada [Figura 11a]. *Pon el espejo sobre la línea morada de forma que mire hacia los puntos. ¿Cuántos puntos ves en total?*

Ahora, coloca 5 puntos en los cuadraditos encima de la línea morada [horizontal]. *Pon el espejo sobre la línea morada de forma que mire hacia los puntos. ¿Cuántos puntos ves en total?*

1.2. (sin espejo) Coloca los puntos que ves en la cuadrícula b) [Figura 11b]. *Si pusieras el espejo sobre la línea morada, de forma que mire hacia los puntos, ¿cuántos puntos verías en total? Verifica tu respuesta con el espejo.*

Ahora, coloca los puntos como ves en la cuadrícula c) [Figura 11c]. *Si pusieras el espejo sobre la línea morada, de forma que mire hacia los puntos, ¿cuántos puntos verías en total? Verifica tu respuesta con el espejo.*

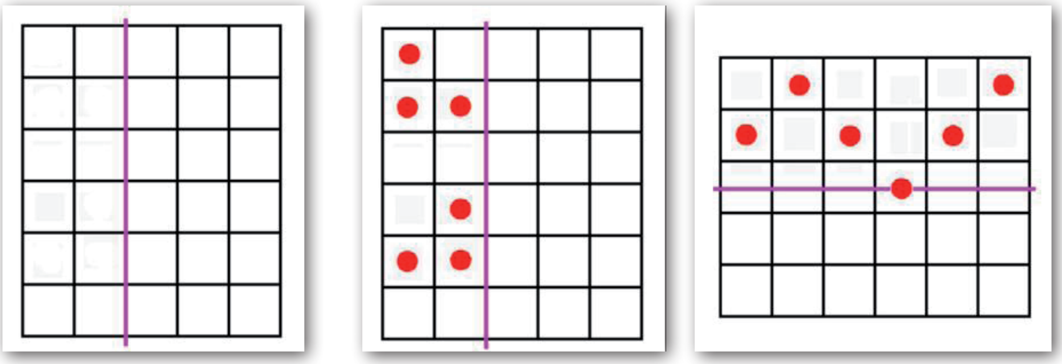

Figura 11a, 11b y 11c. Actividad 1.1 y 1.2 de ACM

1.3. Pon los puntos que necesites en la cuadrícula d) [Figura 12a] *para que, si pones el espejo sobre la línea morada, veas en total 18 puntos.*

¿Hay varias soluciones? ¿Cuál es la cantidad mínima de puntos que puedes poner en la cuadrícula? ¿Y la cantidad máxima?

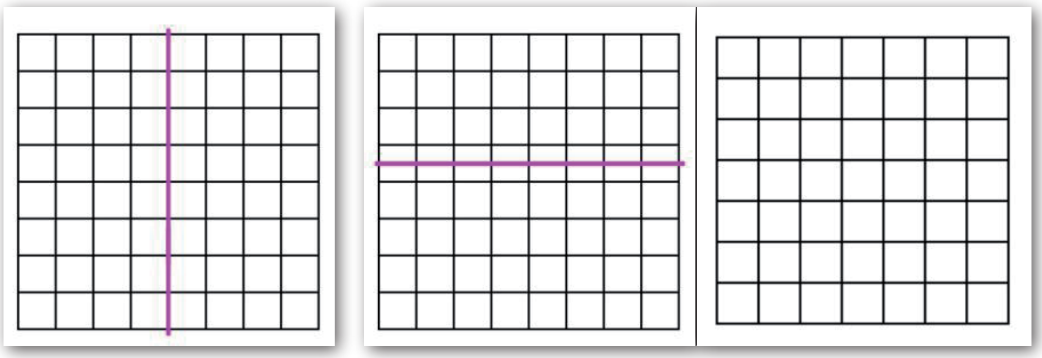

Figura 12a, 12b y 12c. Actividad 1.3, 1.4 y 1.5 de ACM

1.4. Repite el ejercicio 1.3 con la cuadrícula e) [Figura 12b] *para que se vean en total 15 puntos.*

1.5. Coloca en la cuadrícula f) [Figura 12c] *los puntos que necesites y dibuja la recta morada del espejo donde haga falta para ver en total 20 puntos. Modifica esta solución para que se vean 21 puntos.*

1.6. Si colocamos varios puntos en la cuadrícula, de forma que exactamente dos puntos están cortados por el eje del espejo, ¿qué cantidad de puntos veremos? Explica tu respuesta.

Hemos ampliado el ejercicio básico (1.1 y 1.2b) a otra variante en la que el eje corta algunos puntos (1.2c), pero la respuesta se obtiene mediante manipulaciones directas en la cuadrícula. En experimentaciones que hemos realizado, hemos comprobado que niños de 1º de Primaria con ACM duplican la cantidad de puntos, sin tener en cuenta que los puntos cortados por el espejo no se duplican. Las partes de la actividad en las que el eje corta puntos son de mayor demanda cognitiva que las anteriores. Las partes siguientes de la actividad (1.3 a 1.5) plantean variantes de complejidad creciente pues, para resolverlas, hay que tener en cuenta algunas respuestas dadas en apartados anteriores y, además, puede haber varias soluciones. El apartado 1.6 no propone ninguna cantidad concreta de puntos, por lo que plantea el descubrimiento de la relación general.

Globalmente, esta es una actividad abierta que en algunos apartados tiene varias soluciones y que cada nueva parte requiere mayor esfuerzo cognitivo que las anteriores, por lo que es adecuada tanto para estudiantes medios como con ACM.

Polígonos estrellados en ESO

En los primeros cursos de ESO se estudia la divisibilidad y, a lo largo de la ESO, se estudian elementos y propiedades de los polígonos. Un contexto interesante para integrar ambos temas es el de los *polígonos estrellados*. Presentamos una actividad rica que integra contenidos de divisibilidad con polígonos regulares y polígonos estrellados. Se utilizan tramas circulares impresas en papel con puntos igualmente espaciados. Es un planteamiento utilizado desde hace muchos años, pero interesante y original para los estudiantes de ESO con ACM.

Actividad 2. Ves una circunferencia en la que hay dibujados 20 puntos igualmente espaciados [Figura 13a]. *Empezando en el punto rojo, contamos una determinada cantidad de puntos y trazamos un segmento uniéndolo con el nuevo punto. Desde este punto, contamos la misma cantidad de puntos y trazamos un segmento al nuevo punto. Seguimos así hasta llegar al punto rojo. Por ejemplo, si unimos los puntos de dos en dos obtenemos el polígono que ves en la figura* [Figura 13b].

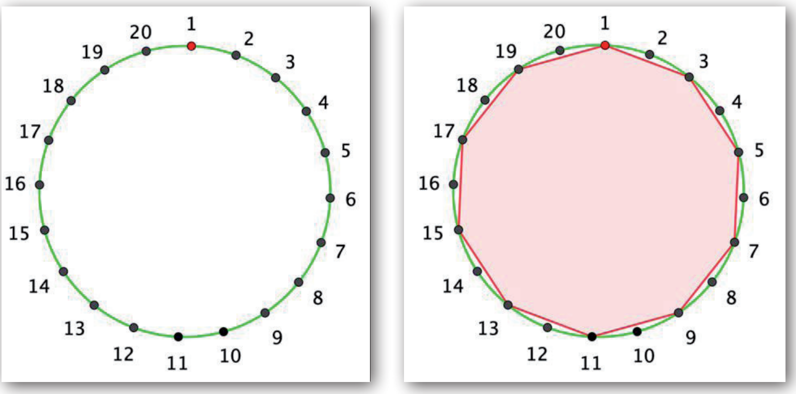

Figura 13a y 13b. Actividad 2 de ACM

2.1. Encuentra todos los polígonos regulares distintos (por su número de lados) que puedas hacer con estos 20 puntos. ¿Cómo puedes calcular cuántos hay?

2.2. Dibuja el polígono que sale contando de seis en seis.

Has tenido que dar varias vueltas hasta llegar al punto inicial y has obtenido una figura cuyos lados se cruzan [Figura 14]. Estas figuras se llaman "polígonos cruzados". Además, ves que el polígono que has dibujado tiene forma de estrella, por lo que estos polígonos cruzados particulares se llaman "polígonos estrellados". ¿Cuántos vértices (puntas) tiene el polígono estrellado que has dibujado?

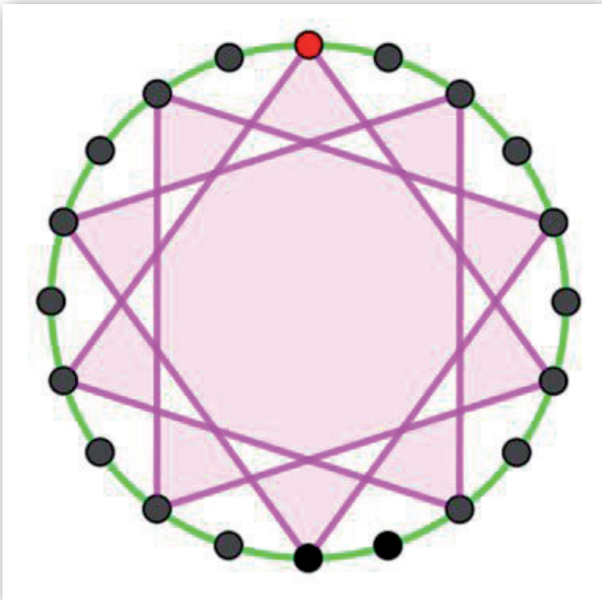

Figura 14. Actividad 2.2 de ACM

2.3. Dibuja polígonos uniendo cada 3 puntos, cada 4, cada 5, cada 6, cada 7, ... ¿Puedes saber, antes de dibujarlos, la cantidad de vértices de cada polígono?

2.4. Si tenemos una circunferencia con 385 puntos, ¿cuántos polígonos regulares y cuántos estrellados podrás hacer? ¿Por qué? ¿Cómo puedes demostrar este resultado?

2.5. Has observado que, para llegar al punto inicial, algunas veces solo das una vuelta a la circunferencia, pero otras tienes que dar varias vueltas. ¿Puedes saber, sin dibujar, cuántas vueltas darás en cada caso del 2.3.? ¿Por qué? ¿Cómo puedes demostrar este resultado?

2.6. Diseña tus propios polígonos estrellados. Justifica los resultados que te salen: tipos de polígonos (simple o estrellado), número de lados, etc.

Esta actividad lleva a los estudiantes a utilizar la divisibilidad en un contexto novedoso. Las partes 2.1 a 2.3 son introductorias y permiten descubrir, y justificar rápidamente, que, si el salto es divisor de la cantidad de puntos, se obtiene un polígono regular simple. En 2.3 hay también saltos que no son divisores de 20 y, en 2.4, empieza la extensión del problema básico planteando a los estudiantes con más capacidad matemática que analicen la relación entre la cantidad de puntos y los saltos que no son divisores suyos. La parte 2.4 propone un caso más complejo, porque no se puede dibujar, donde los estudiantes mostrarán si han entendido y generalizado las relaciones entre cantidad de puntos y salto. La parte 2.5 plantea la otra parte de esa relación, más difícil de explicar, y la 2.6 sirve para integrar todos los conocimientos descubiertos en las partes anteriores y ofrecer a los estudiantes que la resuelvan una visión global práctica.

Esta actividad rica, muestra cómo utilizar las propuestas de contenidos de los currículos ordinarios de ESO para hacer una ampliación a un contexto adecuado para estudiantes con ACM y ampliar sus conocimientos geométricos más allá de los que proporciona el currículum, en la línea de las sugerencias hechas por los autores citados. También es posible relacionar estos contenidos geométricos con el arte.

Recordando los tipos de tareas que Diezmann y Watters (2002) consideran adecuadas para los estudiantes con ACM, esta actividad corresponde a varios de ellos: lleva más allá de lo que se espera de su grupo de edad o curso, propone una investigación abierta y es interesante para estudiantes que se sientan atraídos por los diseños artísticos geométricos. Además, tiene un soporte gráfico que permite a los pensadores visuales avanzar en su resolución del problema.

Reflexión final

La potencia que tienen las matemáticas para desarrollar el pensamiento, poner en juego capacidades intelectuales y mejorar la comunicación, las convierten en una disciplina privilegiada para hacer crecer a las personas. Las metodologías y actividades expuestas en este capítulo se han llevado a la práctica de forma exitosa con estudiantado al que hacen referencia. Aunque están focalizadas en tres necesidades educativas especiales, revelan un mensaje importante: a poco que creamos en ellos, encontraremos avances en su aprendizaje matemático. Por lo tanto, no pongamos límites a lo que pueden aprender de matemáticas. Cuando diseñamos las actividades pensado en cada estudiante, en sus dificultades y sus fortalezas, la mayoría de las veces se consiguen avances en su aprendizaje matemático. Los ejemplos que hemos mostrado tienen en cuenta una secuenciación, estableciendo mayor o menor complejidad, para que se realicen en clase integrando a todo el alumnado. Lo mismo podemos decir de las metodologías citadas, las cuales favorecen la inclusión. Pero ello debe estar amparado por un currículo amplio y flexible pues de lo contrario, será complejo atender a la diversidad del alumnado.

Kilpatrick et al. (2001) indican que los estudiantes con necesidades educativas especiales aprenden matemáticas con los mismos principios generales que el resto del alumnado: el aprendizaje se construye sobre lo que ya se conoce; aprender con comprensión implica conectar u organizar el conocimiento previo y el nuevo. Muchas veces esto supone comenzar con un conocimiento informal para llegar, posteriormente, a niveles más altos de abstracción y formalización.

Lograr que cada estudiante alcance su potencial máximo en matemáticas supone adaptar contenidos, contar con materiales curriculares, guías de aprendizaje bien planificadas y, en su puesta práctica, respetar los tiempos de aprendizaje que cada estudiante necesita. El profesorado debe ver la clase como grupo heterogéneo, en el que cada estudiante tiene fortalezas en las que apoyarse para avanzar. Promover una disposición positiva en el aprendizaje de las matemáticas es una manera de lograr mejores resultados. Los profesores tenemos el deber de creer en todos y de diseñar formas de actuar que fomenten esta buena disposición.

Agradecimientos

Proyectos PID2020-117395RB-I00 (MCIN/AEI/10.13039/501100011033; PID2019-105677RB-I00 (AEI, UE); PID2020-113601GB-I00 (AEI, UE); y 2018-1-ES01-KA203-050986 (ANFoMAM).

Referencias

Aleksandrov, A. D., Kolmogorov, A. N. y Laurentiev, M. A. (2014). *La matemática, su contenido, métodos y significado*. Alianza Editorial.

Applebaum, M. y Leikin, R. (2007). Teachers' conceptions of mathematical challenge in school mathematics. En J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park y D. Y. Seo (eds.), *Proceedings of the 31st Conference for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 9-16). PME.

Bae, Y. S. (2013). *Word problem solving of students with Autistic Spectrum Disorders and students with typical development* (tesis doctoral). Columbia University.

Bae, Y. S., Chiang, H. M. y Hickson, L. (2015). Mathematical word problem solving ability of children with autism spectrum disorder and their typically developing peers. *Journal of Autism and Developmental Disorders, 45*(7), 2200–2208. https://doi.org/10.1007/s10803-015-2387-8

Benedicto, C., Jaime, A. y Gutiérrez, A. (2015). Análisis de la demanda cognitiva de problemas de patrones geométricos. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (eds.), *Investigación en educación matemática XIX* (pp. 153-162). SEIEM.

Bird, G. y Buckley, S. (2001). *Number skills for individuals with Down syndrome – An overview, Down Syndrome issues and information*. The Down syndrome Educational Trust.

Bruno A. y Noda, A. (2019). The concept of tens and hundreds in students with Down syndrome. *International Journal of Disability, Development and Education, 66*(2), 1, 171-185

Castro, E., Ruiz, J. F. y Castro-Rodríguez, E. (2015). Retos, profesores y alumnos con talento matemático. *Aula, 21*, 85-104.

CEMAT (2021). *Bases para la elaboración de un currículo de matemáticas en educación no universitaria*. Recuperado el 12 de marzo de 2022 en:
https://matematicas.uclm.es/cemat/wp-content/uploads/bases2021.pdf

Cogolludo-Agustín, J. I. y Gil-Clemente, E. (2019). The effectiveness of teaching geometry to enhance mathematical understanding in children with Down syndrome. *International Journal of Disability, Development and Education, 66*(2), 1-20.

Cogolludo-Agustín, J.I, Gil-Clemente, E. y Millán-Gasca, A. (2021). Arithmetical achievements of children with Trisomy 21 supported on geometrical basis. Preprint, Long presentation, International Congress of Mathematical Education-14 (Shanghai).TSG4 Special needs.

Diezmann, C.M. (2005). Challenging mathematically gifted primary students. *Australasian Journal of Gifted Education, 14*(1), 50-57.

Diezmann, C. M. y Watters, J. J. (2002). Summing up the education of mathematically gifted students. En B. Barton, K. C. Irwin, M. Pfannkuch y M. O. J. Thomas (eds.), *Proceedings of the 25th Annual Conference of the MERGA* (pp. 219-226). MERGA.

Egan, K. (1988). *La comprensión de la realidad en la educación infantil y primaria*. Morata.

Faragher, R. y Brown, R. (2005). Numeracy for adults with Down syndrome: it´s a matter of quality of life. *Journal of Intellectual Disability Research, 49*, 761-765.

Faragher, R. y Gil-Clemente, E. (2019). Mathematics education research in the field of Down syndrome: latest developments and emerging trends. *International Journal of Disability, Development and Education. Special Issue, 66*(2), 111-118.

Gil-Clemente, E. (2020). *Matemáticas que suman.* Horsori.

Gil-Clemente, E. (2022). *Talleres temáticos para la educación matemática de niños con discapacidad intelectual: guía multimedia.* Prensas Universitarias de Zaragoza. Disponible en: https://zaguan.unizar.es/record/110895

Gil-Clemente E. y Millán-Gasca, A. (2022). Geometry as "forceps of intelligence": lines, figures, and the plane in Édouard Séguin's educational thought. *Bolletino di Storia delle Scienze Matematiche 41*(2), 315-339.

Grandin, T. (1995). *Thinking in pictures*. Vitage Books.

Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de van Hiele. En S. Llinares y M. V. Sánchez (eds.), *Teoría y práctica en educación matemática* (pp. 295-384). Alfar.

Jaime, A. y Gutiérrez, A. (2014). La resolución de problemas para la enseñanza a alumnos de educación primaria con altas capacidades matemáticas. En B. Gómez y L. Puig (Eds.), *Resolver problemas. Estudios en memoria de Fernando Cerdán* (pp. 147-190). Valencia, Spain: PUV.

Jaime, A. y Gutiérrez, A. (2021). La alta capacidad matemática: caracterización, identificación y desarrollo. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, 24*(3), 597–621.

Kilpatrick, J., Swafford, J. y Findell, B. (2001). *Adding it up: helping children learn mathematics*. National Academies Press.

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. The University of Chicago Press.

Kula, W. (1980). *Las medidas y los hombres.* Siglo XXI.

Leikin, R. y Lev, M. (2013). Mathematical creativity in generally gifted and mathematically excelling adolescents: what makes the difference? *ZDM Mathematics Education, 45*(2), 183-197.

LOMLOE (2020). Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. *BOE* de 30-12-2020.

Marrades, R. y Gutiérrez, A. (2000). Proofs produced by secondary school students learning geometry in a dynamic computer environment. *Educational Studies in Mathematics, 44*(1/2), 87-125.

Mesivob, G. y Howley, M. (2010). *El acceso al currículo por alumnos con Trastornos del Espectro del Autismo: uso del programa TEACCH para favorecer la inclusión*. Autismo Ávila.

Millán-Gasca, A. y Vale, P. (2021). Re-placing mathematics into cultural heritage: A path for educational and social inclusión. En A. Poce (ed.), *Promoting inclusion through heritage.*

Some results of the inclusive memory project from Roma Tre University (pp. 195-232). Edizioni Scientifiche Italiane.

Monari, E. (2002). Learning mathematics at school… and later on. Down syndrome *News and Update, 2*(1)*,* 19-23.

Monari, E. y Pellegrini, K. (2010). Algebra and problem-solving in Down syndrome: a study with 15 teenagers. *European Journal of Special Needs Education*, *25*(1), 13-29.

NRICH (2022). *Maths at home* (página web). https://nrich.maths.org/

Oswald, T. M., Beck, J. S. Iosif, A., McCauley, J. B., Gilhooly, L. J., Matter, J. C. y Solomon, M. (2016). Clinical and cognitive characteristics associated with mathematics problem solving in adolescents with Autism Spectrum Disorder. *Autism Research*, *9*, 480-490.

Pallardó, V. (2021). *Atenció a estudiants d'alt nivell matemàtic mitjançant la resolució de problemes a l'Ensenyament Secundari* (trabajo final de máster). Universidad de Valencia.

Pastor, C. A. (2016). *El Diseño Universal para el Aprendizaje: educación para todos y prácticas de enseñanza inclusivas*. Morata.

Piggott, J. (2011). *Rich tasks and contexts*. NRICH, University of Cambridge. https://nrich.maths.org/5662

Pitta-Pantazi, D., Christou, C., Kontoyianni, K. y Kattou, M. (2011). A model of mathematical giftedness: integrating natural, creative, and mathematical abilities. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 11*(1), 39-54.

Polo-Blanco, I., González, M. J. y Bruno, A. (2019). An exploratory study on strategies and errors of a student with autism spectrum disorder when solving partitive division problems. *Brazilian Journal of Special Education 25*(2), 247-264.

Polo-Blanco, I., González, M. J. y Bruno, A. (2021). Influencia del contexto en problemas de multiplicación y división: estudio de caso de un alumno con autismo. *Siglo Cero, 52*(1), 59-78.

Polo-Blanco, I., González, M. J., Bruno, A. y González, J. (en prensa). Teaching students with mild intellectual disability to solve word problems using schema-based instruction. *Learning Disability Quarterly*. https://doi.org/10.1177/07319487211061421

Polo-Blanco, I., Van Vaerenbergh, S., Bruno, A. y González, M. J. (2022). Conceptual model-based approach to teaching multiplication and division word-problem solving to a student with Autism Spectrum Disorder. *Education and Training in Autism and Developmental Disabilities*, *57*(1), 31-43.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton University Press.

Rockwell, S. B., Griffin, C. C. y Jones, H. A. (2011). Schema-based strategy instruction in mathematics and the word problem-solving performance of a student with autism. *Focus on Autism and Other Developmental Disabilities, 26*, 87-95.

Smith, M. S. y Stein, M. K. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: from research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School, 3*(5), 344-350.

Tourón, J. (2019). Los alumnos con altas capacidades en España: esa realidad invisible. Conferencia en la *III Jornada de Altas Capacidades y Superdotación*. Oviedo. https://www.youtube.com/watch?v=u13r89hd418

Tuset, I., Bruno, A. y Noda, A. (2019). Subitisation in number tasks in children with Down syndrome. *International Journal of Disability, Development and Education, 66*(2), 162-170.

Unesco (2017). *A Guide for ensuring inclusion and equity in education*. UNESCO.

Zimpel, A.F. (2016). *Trisomy 21: what we can learn from people with Down syndrome.* Vandenhoeck y Ruprecht GmbH y Co.