

Introducción

La propuesta *early algebra* apuesta por introducir el pensamiento algebraico en los primeros años de escolarización obligatoria (Cañadas y Molina, 2016). En particular, la generalización de patrones y regularidades para describir relaciones funcionales proporciona una manera para que los estudiantes desarrollen su pensamiento funcional.

Objetivo: Estudiar las estrategias de generalización que manifiestan seis niños de 6 y 7 años de un colegio público de Inglaterra durante la resolución de una tarea de un patrón geométrico que involucra una relación funcional del tipo $P = 4 + 3 \cdot N$ donde P es el número de paredes y N el número de clases de una escuela.

Metodología: Los estudiantes fueron escogidos en base a niveles de competencia matemática: baja, media y alta. Los datos se recogieron mediante entrevista oral individual, que fue grabada, transcrita y traducida al español. Se disponía de 19 palillos, material Numicon, papel y lápiz. Durante la entrevista la instructora construye una escuela de una, dos y tres aulas con palillos y los estudiantes deben calcular el número de paredes que se necesitan para construir cada escuela a medida que se van añadiendo aulas (ver Figura 1).

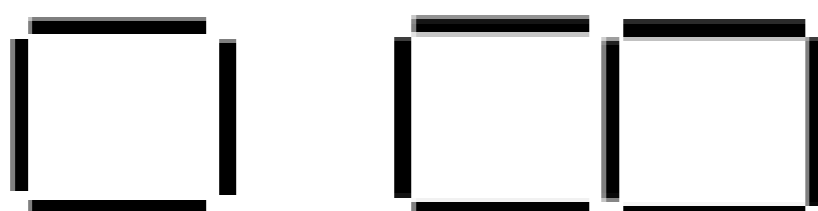


Figura 1: Escuela con una y dos aulas

Posteriormente se preguntó a los entrevistados por el número de paredes necesario para construir una escuela con 3, 4, 6, 7 (términos cercanos), 10, 20 y 100 aulas (lejanos). Además, se les preguntó por el número de aulas que tendría una escuela para la que se necesitan 25 paredes (relación inversa).

Para un análisis descriptivo e interpretativo de las respuestas de los estudiantes a la tarea, se establecieron las siguientes categorías (adaptadas de Lannin, Barker y Townsend (2006) y Polo-Blanco, Oliveira y Henriques (2019)):

Estrategia	Definición	Ejemplo
Conteo	Dibujar o construir el patrón y contar todos los elementos	Para $N=4$: [El estudiante dibuja el patrón para 4 aulas y cuenta todos los elementos]
Recursiva aditiva	Continuar la secuencia usando la diferencia numérica entre términos consecutivos como factor aditivo	Para $N=4$: "Un aula tiene cuatro y le añadimos tres más. Son trece"
Múltiplo de la diferencia	Utilizar la diferencia numérica entre términos consecutivos como un factor multiplicativo.	Para $N=20$: [a partir del caso $N=10$, añade 3×10] "Ahora añadido diez clases más, con tres paredes cada una: $31 + 3 \times 10 = 61$ "
Correspondencia	Expresar una relación entre cantidades variables basándose en las características pictóricas o numéricas de la representación	Para $N=10$: "Para diez aulas son treinta y uno porque siempre hay que multiplicar por tres el número de aulas y añadir uno"

Resultados

Términos cercanos (2, 3, 4, 6 y 7 aulas):

- Predominan las estrategias *recursiva aditiva* y *conteo*.



"Para cinco clases son 16:
 $4+3+3+3+3$ (recursiva)"

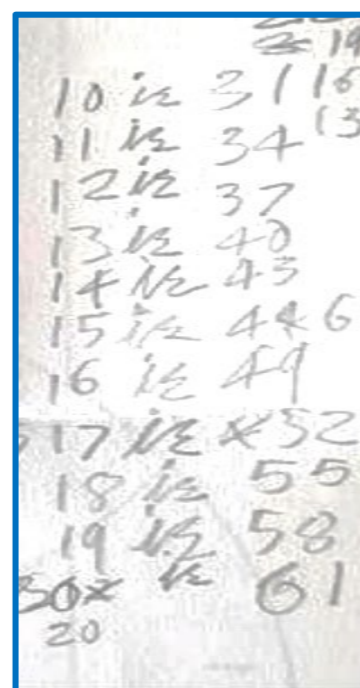
- Aparece un caso de manifestación de la estrategia *Múltiplo de la diferencia*.

Para 6 clases: "Diecinueve. Porque me he dado cuenta de que está en la tabla del 3, pero primero está este 4"

- En general, los estudiantes mantienen la misma estrategia durante las preguntas de término cercano.

Términos lejanos (10, 20 y 100 aulas):

- Predomina la estrategia *recursiva*.
- En general, los estudiantes mantienen la misma estrategia en todas las preguntas de términos lejanos.

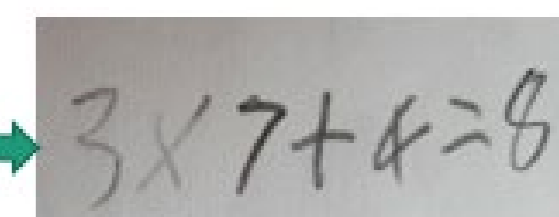
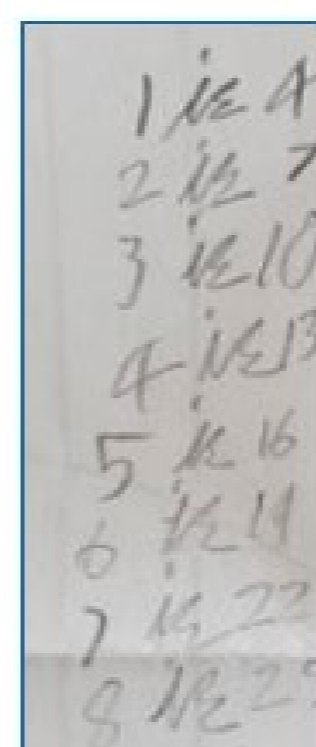


Múltiplo de la diferencia (N=10): "He empezado con cuatro y luego he cogido 9 Numicons con 3 paredes cada uno"

Estrategia *recursiva* para 20 aulas

Relación inversa (25 paredes):

- Cuatro de los seis estudiantes intentaron resolver la pregunta de relación inversa.
- Entre las estrategias empleadas se encuentran: *conteo*, *recursiva aditiva* ((1) y (2)) y *múltiplo de la diferencia* (3).



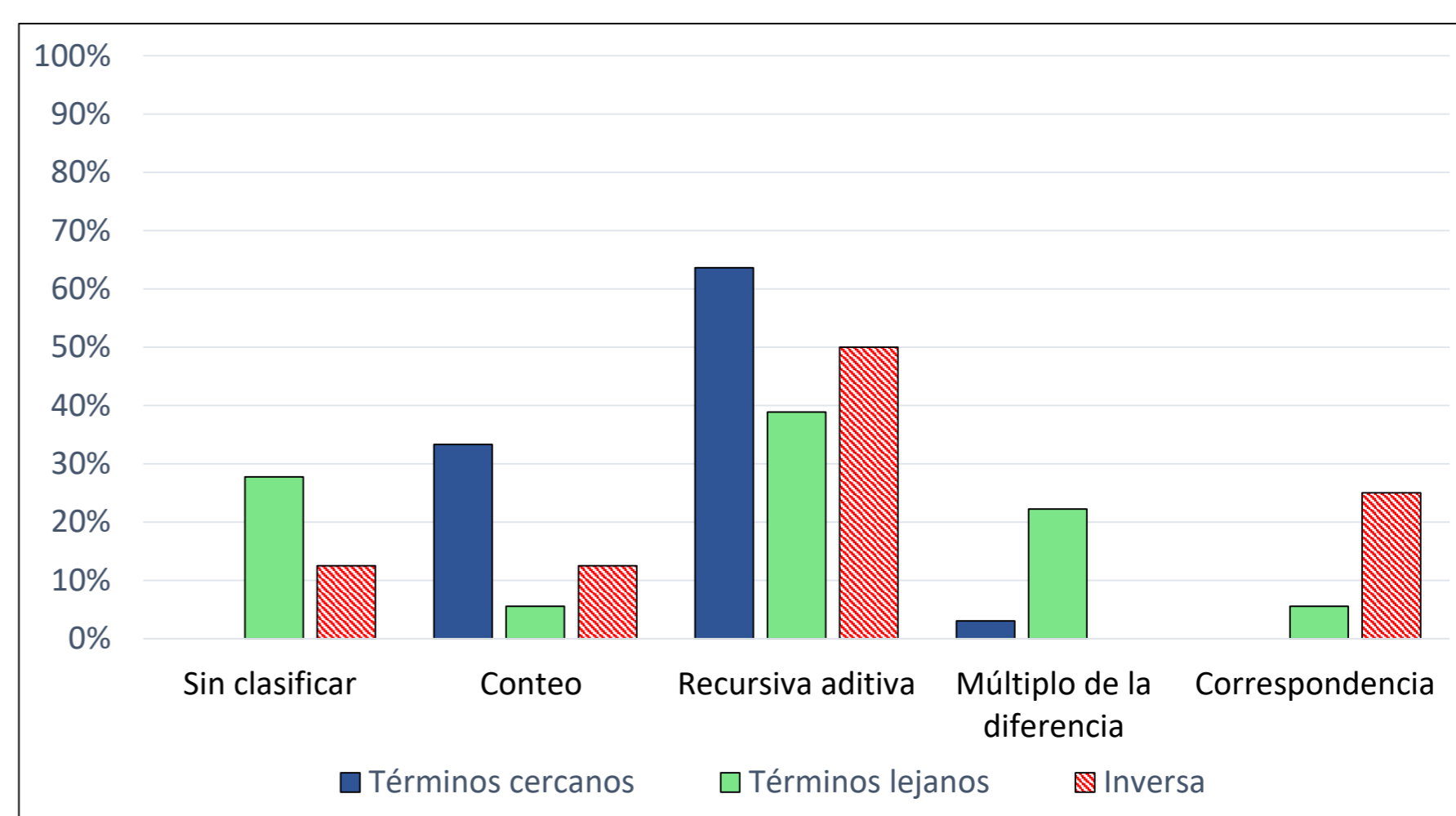
(3)

(1)

(2)

Resumen de estrategias empleadas durante toda la entrevista:

La siguiente figura recoge el porcentaje de estrategias empleadas distinguiendo por tipo de generalización y relación inversa.



Conclusiones

- Predomina la estrategia *recursiva* en términos cercanos, lejanos y para la inversa.
- Aparecen nuevas estrategias más avanzadas en términos lejanos.
- El material facilitó la estrategia *conteo* en términos cercanos y la transición a estrategias más avanzadas en términos lejanos, aunque a veces condujo a la pérdida del patrón geométrico
- Se propone el trabajo con tareas que involucren generalización de patrones para fomentar el pensamiento algebraico desde edades tempranas, acompañando estas tareas de material didáctico y contexto familiar al estudiante.

- CAÑADAS, M. C. Y MOLINA, M. (2016). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. En E. Castro, E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruiz y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Luis Rico* (pp. 209-218). Granada, España: Comares

- LANNIN, J., BARKER, D. Y TOWNSEND, B., (2006). Algebraic generalisation strategies: factors influencing student strategy selection. *Mathematics Education Research Journal*, 18(3), 3-28.

- POLO-BLANCO, I., OLIVEIRA, H. Y HENRIQUES, A., (2019). Portuguese and Spanish prospective teachers' functional thinking on geometric patterns. *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 11)*, Utrecht, Holanda. Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME. (aceptado)